1 物体W（質量 m）を垂直上方に飛ばす装置S（装置のみの質量 M）を考える。装置Sの上面から物体Wが飛び出す相対速度 v は一定で変わらないとする。重力の加速度を g とし，ばねは伸び縮みするが装置などの変形はないとする。また空気の摩擦は無視できるとする。

(A) 装置Sを地面に置き，物体を垂直上方に飛ばした。

(1) 物体が受ける力積を求めよ。

(2) 物体が到達する最大高さ h_A を装置Sの上面の高さを基準にして求めよ。

(B) 装置Sに物体を取りつけて，地面に固定された架台の上面から2本のばねで吊す。ばねの下端は装置Sの上面である（図1参照）。

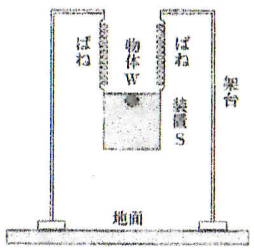

図 1

ばねの自然長を ℓ とし，1本のばねのばね定数を k とする。2つのばねの伸びは常に等しく，ばねの運動は上下方向に限定されていて，圧縮の場合にもばね定数 k で縮むとする。ばねの質量は無視できるとし，変形や摩擦などによる運動の減衰も無視する。また装置Sは運動しても向きは変わらないとし，架台は十分高くて装置が地面に衝突することはない。

(3) 装置が静止した状態でのばねの自然長からの伸び x_B を求めよ。

(4) 装置が静止した状態で，物体を垂直上方に飛ばしたとする。反動で装置Sは上下に振動すると考えられる。その周期 T を求めよ。

(C) (B)の条件でよりくわしく考える。一般にばね定数の大きさなどにより運動の詳細は異なる。ばねが非常に硬い場合の極限では，ばねは伸びないので物体の運動は地面に直接装置を置いた場合と同じと考えられる。そこでもう1つの極限としてばねが柔らかい場合を考えてみる。以下では飛ばすときに力がかかる時間は非常に短くて，その短い時間の間のばねなどの位置の変化は無視できると仮定する。

(5) 飛ばした直後の物体の速度 v_W と装置の速度 v_S を求めよ。ただし，上向きを正とせよ。

(6) 物体が到達する最大高さ h_C を架台上面の高さを基準にして求めよ。

(7) 反動でばねが伸びる。ばねの自然長からの最大の伸び x_C を求める。必要ならば先に定義された x_B，v_W，v_S を用いてよい。

(i) 伸び x_C を求めるために必要な関係式を示せ。

(ii) 上記関係式を解いて x_C を求めよ。

(8) 架台にも反動の影響があると考えられる。架台の質量を D として，地面が架台から受ける最大の力 F_C を求めよ。必要ならば先に定義された x_B，v_W，v_S，x_C を用いてよい。

2 以下の各問に答えよ。必要ならクーロンの法則の比例定数を k とせよ。

(A) 図２－１のように x 軸，y 軸，z 軸を取る。点 M$(0,\ 0,\ d)$ と点 M$'(0,\ 0,\ -d)$ $(d>0)$ に電気量 $2q$ $(q>0)$ の点電荷を置き，点 N $(d,\ 0,\ 0)$，点 N$'(-d,\ 0,\ 0)$，点 L$(0,\ d,\ 0)$ と点 L$'(0,\ -d,\ 0)$ に電気量 $-q$ の点電荷を置いた。ここで，電位については無限遠を基準として考えよ。

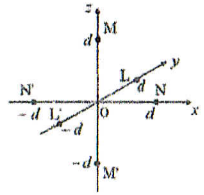

図　２－１

(1) 点Mにある点電荷による点 $(d,\ d,\ d)$ の電位を求めよ。

(2) 点 M，M$'$，N，N$'$，L，L$'$ にある６つの点電荷全体による点 $(d,\ d,\ d)$ の電位を求めよ。

(B) 図２－２は荷電粒子を限られた空間内に閉じ込める装置である。x 軸，y 軸，z 軸を図２－２のように取る。装置はキャップ電極 A，A$'$ とリング電極Kからなっており，z 軸まわりに回転対称な形をしている。図２－２では，装置内部の空間にある原点Oが見えるようにリング電極の一部を切り取って描いている。装置の各電極に電圧がかけられている。また，装置のある空間には z 軸負方向の磁場（磁界）がかけられている。この装置で荷電粒子を閉じ込めるしくみについて考えよう。図２－３はこの装置の $y=0$ における断面である。電極 A，A$'$ の表面を表す曲線は $z^2-x^2=a^2$ で，電極Kの表面を表す曲線は $z^2-x^2=-a^2$ である。電極 A，A$'$ の電位を V_0 $(V_0>0)$，Kの電位を $-V_0$ としたとき，各電極上の電位は

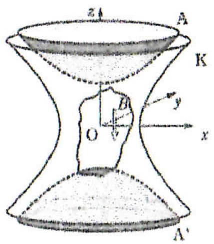

図　２－２

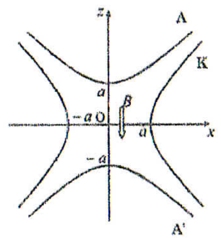

図　２－３

$$V=\frac{V_0}{a^2}(z^2-x^2)\quad\cdots\cdots①$$

で与えられる。図２－２の装置の電極表面は図２－３の曲線を z 軸まわりに回転させた形となっているので，電位の分布は z 軸まわりに回転対称な形となる。各電極上と電極に囲まれた空間内の電位は

$$V=\frac{V_0}{a^2}(z^2-x^2-y^2)\quad\cdots\cdots②$$

で表される形となる。電極に囲まれた空間内で電気量 q $(q>0)$ の荷電粒子（大きさについては小さいので考えなくてよい）が移動するとき，電場（電界）がする仕事と電気力による位置エネルギーについて考える。以下では，粒子の微小な位置の変化の２乗の項を無視することとする。

まず，電場（電界）の z 成分について考える。

(3) 点 P$(x,\ y,\ z)$ から点 Q$(x,\ y,\ z+\Delta z)$ まで微小な距離 Δz だけ粒子を移動させるとき，この粒子についての電気力による位置エネルギーの変化量を，減少する場合を正として式②を用いて求めよ。

(4) 点Pから点Qまでの領域は非常にせまいのでこの領域では電場（電界）は一様で，その各成分は E_x，E_y，E_z で一定とする。このとき，点Pから点Qまで粒子が移動するとき，電場（電界）がする仕事を求めよ。

(5) (3)と(4)を比較することにより，E_z を位置の関数として求めよ。

次に，電場（電界）の x 成分について考える。

(6) 点 P$(x,\ y,\ z)$ から点 R$(x+\Delta x,\ y,\ z)$ まで微小な距離 Δx だけ粒子を移動させるとき，この粒子についての電気力による位置エネルギーの変化量を(3)と同様に求めよ。

(7) 点Pから点Rまで粒子が移動するとき，電場（電界）がする仕事を考えることにより，E_z と同様にして E_x を位置の関数として求めよ。

なお，電場（電界）の y 成分 E_y については式②の電位より，E_x と同様にして求めることができる。

(C) (B)において，荷電粒子の質量を m として，装置内部での運動を考えよう。ここでは，粒子に働く重力は無視することとする。また，図２－２の一様な磁場（磁界）の磁束密度の大きさを B とする。

(8) 粒子が点 P$(x,\ y,\ z)$ を速度 $(v_x,\ v_y,\ v_z)$ で通過していくとき，点Pで粒子に働く力の x 成分 F_x，y 成分 F_y，z 成分 F_z を求めよ。ここで，点Pでの電場（電界）は $(E_x,\ E_y,\ E_z)$ とせよ。

(9) (B)の結果を用いて，x 軸方向および y 軸方向の運動方程式には位置や速度の z 成分が含まれていないことを示し，また，z 軸方向の運動方程式には位置や速度の x 成分，y 成分は含まれていないことを示せ。

(10) 粒子が点（x, 0, z）から初速度（0, v, 0）で運動を始めたとする。磁束密度の大きさ B を適当に取れば電極に衝突せずに運動を続けることができる。そこで，粒子の運動の z 成分を考える。粒子の位置の z 成分が再び z になるまでの時間を T としたとき，この T を用いて $\frac{q}{m}$ を表せ。

3

空気を媒質として，媒質中を伝わる速さvの音波について考える。ここでは，縦波である音波は媒質の疎密が伝わるものだが，その媒質の動きを変位ととらえて横波表示で表す。なお，x軸正方向への変位を正の変位とし，媒質の変位は非常に小さいとする。

(A) 振動数fの音波の伝わりについて以下の問に答えよ。

(1) x軸正方向に伝わる音波において時刻$t=0$における媒質の変位が図3－1のように表された。ここでは媒質が変位$-a$とaの間で振動しているとする。このとき，解答欄にx軸を書き，$x=0$から$x=d$について，空気の密度が大きくなっている位置に「密」，小さくなっている位置に「疎」を書け。

(2) 時刻$t=\dfrac{1}{8f}$のときの変位を図3－1と同様のグラフで$x=0$から$x=d$について解答欄に描け。

(3) $x=0$にある媒質の変位が，時刻$t=0$から1周期の間にaとなる時刻を求めよ。

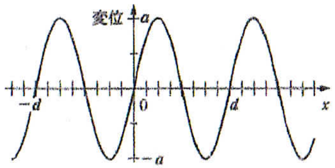

図 3－1

(B) 図3－2のような長さlの管があり，$x=0$，$x=l$の両端とも開いている。ここで，$x=0$の左側に置いた音源から音を出し続けた。$x=0$から入った音波が$x=l$の端で反射して，それが左から来る音波と重なって定常波となった。なお，管の端と定常波の節や腹の位置の間にずれのある場合があるが，ここではそのずれは無視せよ。

図 3－2

(4) 基本振動が生じているとき，その振動数をlとvを用いて表せ。

(5) (4)の振動において，空気の密度変化（疎密の変動）が最大となっている位置のx座標を求めよ。

(6) 異なる楽器の音は，倍振動の含まれ方などが違うので音色が違う。簡単のために，媒質が変位$-a$とaの間で振動する定常波のうち$x=\dfrac{l}{2}$が腹となっているものが図3－2の管の中に生じている場合を考える。なお，解答欄の各図にはx軸と$x=0$，$x=l$の位置を記入せよ。

(i) 条件に合う振動のうち振動数の一番小さいものについて，時刻$t=0$で$x=\dfrac{l}{2}$における変位がaであったとき，以下の(a)と(b)に記されている時刻それぞれについて，波の変位を$0<x<l$について横波表示を用いて解答欄に描け。

(a) $t=0$

(b) $t=0$から基本振動の$\dfrac{1}{4}$周期後

(ii) 条件に合う振動のうち振動数が2番目に小さいものについて，時刻$t=0$で$x=\dfrac{l}{2}$における変位がaであったとき，上記の(a)と(b)に記されている時刻それぞれについて，波の変位を$0<x<l$について横波表示を用いて解答欄に描け。

(iii) (i)と(ii)の振動が管の中で同時に生じている場合，上記の(a)と(b)に記されている時刻それぞれについて，合成された波の変位を$0<x<l$について横波表示を用いて解答欄に描け。